

Printed Pages - 7

H-205

**B.Sc. (Part-II) Examination, 2019
MATHEMATICS**

Paper - I

(Advanced Calculus)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न के किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्न के अंक समान हैं।

Note : All questions are compulsory. Solve any two parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई-I / UNIT-I

Q. 1. (a) यदि किसी अनुक्रम की सीमा का अस्तित्व होता है तब वह अद्वितीय है।

H-205

P.T.O.

(2)

If the limit of sequence exist, then it is

unique.

(b) सिद्ध कीजिए :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{(n+1)(n+2) \dots (n+n)}{n^n} \right]^{\frac{1}{n}} = \frac{4}{e}$$

Prove that :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{(n+1)(n+2) \dots (n+n)}{n^n} \right]^{\frac{1}{n}} = \frac{4}{e}$$

(c) निम्न श्रेणी की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए :

$$\frac{x}{1.2} + \frac{x^2}{2.3} + \frac{x^3}{3.4} + \frac{x^4}{4.5} + \dots, x > 0$$

Test the convergence of following series :

$$\frac{x}{1.2} + \frac{x^2}{2.3} + \frac{x^3}{3.4} + \frac{x^4}{4.5} + \dots, x > 0$$

H-205

(3)

इकाई-II / UNIT-II

$$Q. 2. (a) \text{ फलन } f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

के बिंदु $x = 0$ पर सांतत्य एवं अवकलनीयता हेतु

परीक्षण कीजिए।

Test the continuity & differentiability of the

function :

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & \text{for } x \neq 0 \\ 0 & \text{for } x = 0 \end{cases}$$

at $x = 0$.

(b) लैग्रेंज माध्यमान प्रमेय लिखकर सिद्ध कीजिए।

State & prove Lagrange's mean value

theorem.

H-205

P.T.O.

(4)

(c) सिद्ध कीजिए कि :

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + \frac{(-1)^{n-1} x^{n-1}}{(n-1)} +$$

$$\frac{(-1)^{n-1} x^n}{n(1+\theta x)^n}$$

Prove that :

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + \frac{(-1)^{n-1} x^{n-1}}{(n-1)} +$$

$$\frac{(-1)^{n-1} x^n}{n(1+\theta x)^n}$$

इकाई-III / UNIT-III

Q. 3. (a) यदि $f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}, x^4 + y^2 \neq 0$

$$f(0, 0) = 0$$

तो दिखाइये कि $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$ का अस्तित्व नहीं

है।

H-205

(5)

$$\text{If } f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}, x^4 + y^2 \neq 0$$

$$f(0, 0) = 0$$

then prove that $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$ does not

exist.

(b) $(1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + n^2 y = 0$ का रूपान्तरण कीजिए

$$\text{जब } x = \cos \theta$$

Transform the equation :

$$(1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + n^2 y = 0 \text{ when } x = \cos \theta$$

(c) $f(x, y) = x^2 y + 3y - 2$ का $(x-1)$ व $(y+2)$ की

घातों में प्रसार कीजिए।

Expand $f(x, y) = x^2 y + 3y - 2$ in power of

$(x-1)$ and $(y+2)$.

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) सरल रेखाओं के कुल $y = mx + am^p$ का अन्वलोप

ज्ञात कीजिए।

H-205

P.T.O.

(6)

Find the envelope of the family of straight

lines $y = mx + am^p$.

(b) परबलय $y^2 = 4ax$ के केन्द्रज का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of evolute of the parabola

$y^2 = 4ax$.

(c) यदि $x + y + z = a$, तब $f(x, y, z) = x^m y^n z^p$ का महत्तम मान ज्ञात कीजिए।

If $x + y + z = a$, then find the maximum value

of $f(x, y, z) = x^m y^n z^p$.

इकाई-V / UNIT-V

Q. 5. (a) दिखाइये कि :

$$\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m-1}} \Gamma(2m)$$

H-205

(7)

Prove that :

$$\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m-1}} \Gamma(2m)$$

(b) $\int_1^3 \int_{1/x}^{\sqrt{xy}} xyz \, dx \, dy \, dz$

का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int_1^3 \int_{1/x}^{\sqrt{xy}} xyz \, dx \, dy \, dz$

(c) निम्न द्विशः समाकलन में समाकलन के क्रम परिवर्तित कीजिए :

$$\int_0^{2a} \int_{x^2/4a}^{3a-x} f(x, y) \, dx \, dy$$

Change the order of integration in the double

integral :

$$\int_0^{2a} \int_{x^2/4a}^{3a-x} f(x, y) \, dx \, dy$$

H-205

2,000