

H-174**B.Sc. (Part-I) Examination, 2019
MATHEMATICS**

Paper - I

(Algebra and Trigonometry)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : All questions are compulsory. Answer any two parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई-I / UNIT-I

Q. 1. (a) यदि $R_1 = [3 \ 1 \ -4]$, $R_2 = [2 \ 2 \ -3]$,

$R_3 = [0 \ -4 \ 1]$ हो तो दर्शाइए कि : 5

(i) पंक्ति आव्यूह R_1 तथा R_2 रैखिकतः स्वतंत्र हैं।

(ii) पंक्ति आव्यूह R_1 , R_2 एवं R_3 रैखिकतः परतंत्र हैं।

(8)

(ii) $c \sin \alpha - \frac{1}{2} c^2 \sin 2\alpha + \frac{1}{3} c^3 \sin 3\alpha - \dots \dots \infty$

Find the sum of the following series :

(i) $c \cos \alpha - \frac{1}{2} c^2 \cos 2\alpha + \frac{1}{3} c^3 \cos 3\alpha - \dots \dots \infty$

(ii) $c \sin \alpha - \frac{1}{2} c^2 \sin 2\alpha + \frac{1}{3} c^3 \sin 3\alpha - \dots \dots \infty$

H-174**3,000****H-174****P.T.O.**

(2)

If $R_1 = [3 \ 1 \ -4]$, $R_2 = [2 \ 2 \ -3]$, $R_3 = [0 \ -4 \ 1]$, show that :

- (i) The row matrices R_1 and R_2 are linearly independent.
- (ii) The row matrices R_1 , R_2 and R_3 are linearly dependent.

(b) k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए निम्नलिखित आव्यूह की जाति 3 हो: 5

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & k \end{bmatrix}$$

Find the value of k , for which given matrix has rank 3 :

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & k \end{bmatrix}$$

(c) यदि λ व्युत्क्रमणीय आव्यूह A का आइगेन मान है, तब दिखाइये कि $\frac{|A|}{\lambda}$, $\text{adj } A$ का आइगेन मान होगा। 5

H-174

(3)

If λ is an eigen-value (characteristic root) of a non-singular matrix A , then prove that $\frac{|A|}{\lambda}$ is an eigen-value of $\text{adj } A$.

इकाई-II / UNIT-II

Q. 2. (a) परीक्षण कीजिए कि λ , μ के किन मानों के लिए समीकरणों : 5

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 10$$

$$x + 2y + \lambda z = \mu$$

के :

- (i) कोई हल नहीं है।
(ii) अद्वितीय हल है।
(iii) अनन्त हल है।

Investigate for what values of λ , μ the equations :

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 10$$

$$x + 2y + \lambda z = \mu$$

H-174

P.T.O.

(4)

have :

- (i) no solution
- (ii) a unique solution
- (iii) an infinity of solutions.

(b) वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल दिये हुए

समीकरण के मूल से तीन-तीन कम हैं :

5

$$x^3 - 9x^2 + 28x - 27 = 0$$

Find the equation whose roots are equal to

the roots of $x^3 - 9x^2 + 28x - 27 = 0$ each

diminished by 3.

(c) देकार्त विधि से चतुर्थघाती समीकरण $x^4 - 3x^2 - 42x$

$- 40 = 0$ को हल कीजिए।

5

Solve the biquadratic equation $x^4 - 3x^2 - 42x$

$- 40 = 0$ by Descartes's method.

H-174

H-174

P.T.O.

(5)

इकाई-III / UNIT-III

Q. 3. (a) 'प्रतिचित्रणों का संयोजन' परिभाषित कीजिए। यदि R

वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है, प्रतिचित्रण

$f : R \rightarrow R, f(x) = \sin x, x \in R$ से परिभाषित है

तथा $g : R \rightarrow R, g(x) = x^2, x \in R$ से परिभाषित

है तब $(f \circ g)(x)$ एवं $(g \circ f)(x)$ का मान ज्ञात कीजिए।

क्या $f \circ g = g \circ f$?

5

Define 'Composition of mappings'. If R is the

set of real numbers, the mapping $f : R \rightarrow R$

is defined by the relation $f(x) = \sin x, x \in R$

and the mapping $g : R \rightarrow R$ is defined by the

relation $g(x) = x^2, x \in R$ then find $(f \circ g)(x)$

and $(g \circ f)(x)$. Is $f \circ g = g \circ f$?

(b) सिद्ध कीजिए कि किसी समूह G में सर्वात्मता का

सम्बन्ध जो निम्न प्रकार से परिभाषित है :

5

$$a \equiv b \pmod{H} \Leftrightarrow ab^{-1} \in H,$$

एक तुल्यता सम्बन्ध होता है।

H-174

H-174

P.T.O.

(6)

Show that the relation of congruency in a group G , defined by :

$$a \equiv b \pmod{H} \Leftrightarrow ab^{-1} \in H$$

is an equivalence relation.

(c) कौले प्रमेय का कथन लिखिए तथा उसे सिद्ध कीजिए। 5

State and prove Cayley's theorem.

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) समूहों की तुल्यकारिता की परिभाषा दीजिए। सिद्ध कीजिए कि समान कोटि के दो चक्रीय समूह तुल्यकारी होते हैं। 5

Define isomorphism of groups. Prove that, the two cyclic groups of equal orders are isomorphic.

(b) वलय की परिभाषा दीजिए। सिद्ध कीजिए कि, समुच्चय $R = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ (मॉड्यूलो 5) योग एवं गुणन के सापेक्ष एक वलय है। 5

Define ring. Prove that the set

$$R = \{0, 1, 2, 3, 4\} \pmod{5}$$

is a ring with respect to addition and multiplication.

H-174

(7)

(c) निम्नलिखित को परिभाषित कीजिए एवं एक उदाहरण

दीजिए : 5

(i) पूर्णांकिय प्रान्त

(ii) क्षेत्र

Define the following with an example :

(i) Integral Domain

(ii) Field

इकाई-V / UNIT-V

Q. 5. (a) डी-मॉयवर प्रमेय लिखिए तथा सिद्ध कीजिए। 5

State and prove De-Moivre's theorem.

(b) दर्शाइये कि :

$$i \log \frac{x-i}{x+i} = \pi - 2 \tan^{-1} x$$

Show that :

$$i \log \frac{x-i}{x+i} = \pi - 2 \tan^{-1} x$$

(c) निम्नलिखित श्रेणियों का योगफल ज्ञात कीजिए : 5

$$(i) c \cos \alpha - \frac{1}{2} c^2 \cos 2\alpha + \frac{1}{3} c^3 \cos 3\alpha - \dots \dots \dots \infty$$

H-174

P.T.O.

**B.Sc. (Part-I) Examination, 2019
MATHEMATICS****Paper - II
(Calculus)****Time Allowed : Three Hours****Maximum Marks : 50****Minimum Pass Marks : 17**

नोट : प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : One question is compulsory from each unit. All questions having same marks.

इकाई-I / UNIT-I**Q. 1.** लैबनीज प्रमेय लिखिये एवं सिद्ध कीजिये।

State and prove that Leibnitz theorem.

अथवा OR

यदि $y = (x^2 - 1)^m$ तब सिद्ध कीजिये कि :

$$y_{2m} = (2m) !$$

If $y = (x^2 - 1)^m$ then prove that :

$$y_{2m} = (2m) !$$

(4)

Solve :

$$x \frac{d^2y}{dx^2} - (2x-1) \frac{dy}{dx} + (x-1)y = 0$$

अथवा OR

हल कीजिये :

$$\frac{dx}{dt} + 5x + y = e^t$$

$$\frac{dy}{dt} - x + 3y = e^{2t}$$

Solve :

$$\frac{dx}{dt} + 5x + y = e^t$$

$$\frac{dy}{dt} - x + 3y = e^{2t}$$

(2)

इकाई-II / UNIT-II

Q. 2. वक्र $y^2(x^2 + y^2) + a^2(x^2 - y^2) = 0$ को ट्रेस कीजिये।

Trace the curve :

$$y^2(x^2 + y^2) + a^2(x^2 - y^2) = 0$$

अथवा OR

वक्र $x^3 - 2x^2y + xy^2 + x^2 - xy + 2 = 0$ की

अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिये।

Find the asymptotes of the following curve :

$$x^3 - 2x^2y + xy^2 + x^2 - xy + 2 = 0$$

इकाई-III / UNIT-III

Q. 3. मान ज्ञात कीजिये :

$$\int \frac{e^x(x^2 + 1)}{(1+x)^2} dx$$

Evaluate :

$$\int \frac{e^x(x^2 + 1)}{(1+x)^2} dx$$

अथवा OR

सिद्ध कीजिये :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^n}{n!} \right)^{\frac{1}{n}} = e$$

H-175

(3)

Prove that :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^n}{n!} \right)^{\frac{1}{n}} = e$$

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. हल कीजिये कि :

$$(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2 = 0$$

Solve :

$$(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2 = 0$$

अथवा OR

हल कीजिये कि :

$$(1 + 4xy + 2y^2) dx + (1 + 4xy + 2x^2) dy = 0$$

Solve :

$$(1 + 4xy + 2y^2) dx + (1 + 4xy + 2x^2) dy = 0$$

इकाई-V / UNIT-V

Q. 5. हल कीजिये :

$$x \frac{d^2y}{dx^2} - (2x-1) \frac{dy}{dx} + (x-1)y = 0$$

H-175

P.T.O.