(ii) $c\sin\alpha - \frac{1}{2}c^2\sin 2\alpha + \frac{1}{3}c^3\sin 3\alpha - \ldots\ldots \infty$

Find the sum of the following series :

(i) $c\cos\alpha - \frac{1}{2}c^2\cos 2\alpha + \frac{1}{3}c^3\cos 3\alpha - \ldots\ldots \infty$

(ii) $c\sin\alpha - \frac{1}{2}c^2\sin 2\alpha + \frac{1}{3}c^3\sin 3\alpha - \ldots\ldots \infty$

Printed Pages – 8

H-174

B.Sc. (Part-I) Examination, 2019

MATHEMATICS

Paper - I

(Algebra and Trigonometry)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : All questions are compulsory. Answer any two parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई–I / UNIT-I

Q. 1. (a) यदि $R_1 = [3\ 1\ -4]$, $R_2 = [2\ 2\ -3]$, $R_3 = [0\ -4\ 1]$ हो तो दर्शाइए कि : 5

(i) पंक्ति आव्यूह R_1 तथा R_2 रैखिकतः स्वतंत्र हैं।

(ii) पंक्ति आव्यूह R_1, R_2 एवं R_3 रैखिकतः परतंत्र हैं।

If $R_1 = [3 \;\; 1 \;\; -4]$, $R_2 = [2 \;\; 2 \;\; -3]$, $R_3 = [0 \;\; -4 \;\; 1]$, show that :

(i) The row matrices R_1 and R_2 are linearly independent.

(ii) The row matrices R_1, R_2 and R_3 are linearly dependent.

(b) k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए निम्नलिखित आव्यूह की जाति 3 हो : 5

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & k \end{bmatrix}$$

Find the value of k, for which given matrix has rank 3 :

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & k \end{bmatrix}$$

(c) यदि λ व्युत्क्रमणीय आव्यूह A का आइगेन मान है, तब दिखाइये कि $\frac{|A|}{\lambda}$, adj A का आइगेन मान होगा। 5

If λ is an eigen-value (characteristic root) of a non-singular matrix A, then prove that $\frac{|A|}{\lambda}$ is an eigen-value of adj A.

इकाई–II / UNIT-II

Q. 2. (a) परीक्षण कीजिए कि λ, μ के किन मानों के लिए समीकरणों : 5

$$x + y + z = 6$$
$$x + 2y + 3z = 10$$
$$x + 2y + \lambda z = \mu$$

के :

(i) कोई हल नहीं हैं।

(ii) अद्वितीय हल हैं।

(iii) अनन्त हल हैं।

Investigate for what values of λ, μ the equations :

$$x + y + z = 6$$
$$x + 2y + 3z = 10$$
$$x + 2y + \lambda z = \mu$$

have :

(i) no solution

(ii) a unique solution

(iii) an infinity of solutions.

(b) वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल दिये हुए समीकरण के मूल से तीन-तीन कम हैं : 5

$$x^3 - 9x^2 + 28x - 27 = 0$$

Find the equation whose roots are equal to the roots of $x^3 - 9x^2 + 28x - 27 = 0$ each diminished by 3.

(c) देकार्ते विधि से चतुर्थघाती समीकरण $x^4 - 3x^2 - 42x - 40 = 0$ को हल कीजिए। 5

Solve the biquadratic equation $x^4 - 3x^2 - 42x - 40 = 0$ by Descarte's method.

इकाई–III / UNIT-III

Q. 3. (a) 'प्रतिचित्रणों का संयोजन' परिभाषित कीजिए। यदि R वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है, प्रतिचित्रण $f : R \to R$, $f(x) = \sin x$, $x \in R$ से परिभाषित है तथा $g : R \to R$, $g(x) = x^2$, $x \in R$ से परिभाषित है तब (fog) (x) एवं (gof) (x) का मान ज्ञात कीजिए। क्या fog = gof ? 5

Define 'Composition of mappings'. If R is the set of real numbers, the mapping $f : R \to R$ is defined by the relation $f(x) = \sin x$, $x \in R$ and the mapping $g : R \to R$ is defined by the relation $g(x) = x^2$, $x \in R$ then find (fog) (x) and (gof) (x). Is fog = gof ?

(b) सिद्ध कीजिए कि किसी समूह G में सर्वांगसमता का सम्बन्ध जो निम्न प्रकार से परिभाषित है : 5

$$a \equiv b (\text{mod } H) \Leftrightarrow ab^{-1} \in H,$$

एक तुल्यता सम्बन्ध होता है।

Show that the relation of congruency in a group G, defined by :

$$a \equiv b(\text{mod } H) \Leftrightarrow ab^{-1} \in H$$

is an equivalence relation.

(c) कैले प्रमेय का कथन लिखिए तथा उसे सिद्ध कीजिए। 5

State and prove Cayley's theorem.

इकाई–IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) समूहों की तुल्यकारिता की परिभाषा दीजिए। सिद्ध कीजिए कि समान कोटि के दो चक्रीय समूह तुल्यकारी होते हैं। 5

Define isomorphism of groups. Prove that, the two cyclic groups of equal orders are isomorphic.

(b) वलय की परिभाषा दीजिए। सिद्ध कीजिए कि, समुच्चय

R = {0, 1, 2, 3, 4} (मॉड्यूलो 5)

योग एवं गुणन के सापेक्ष एक वलय हैं। 5

Define ring. Prove that the set

R = {0, 1, 2, 3, 4} (mod 5)

is a ring with respect to addition and multiplication.

(c) निम्नलिखित को परिभाषित कीजिए एवं एक उदाहरण दीजिए : 5

(i) पूर्णांकीय प्रान्त

(ii) क्षेत्र

Define the following with an example :

(i) Integral Domain

(ii) Field

इकाई–V / UNIT-V

Q. 5. (a) डी-मॉयवर प्रमेय लिखिए तथा सिद्ध कीजिए। 5

State and prove De-Moivre's theorem.

(b) दर्शाइये कि : 5

$$i \log \frac{x-i}{x+i} = \pi - 2\tan^{-1}x$$

Show that :

$$i \log \frac{x-i}{x+i} = \pi - 2\tan^{-1}x$$

(c) निम्नलिखित श्रेणियों का योगफल ज्ञात कीजिए : 5

(i) $c\cos\alpha - \frac{1}{2}c^2\cos 2\alpha + \frac{1}{3}c^3\cos 3\alpha - \ldots\ldots\infty$