Printed Pages – 7

IN-174

B.Sc. (Part-I) Examination, 2020

MATHEMATICS

Paper - I

(Algebra and Trigonometry)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : प्रत्येक इकाई से दो भाग करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Two parts from each unit is compulsory. All questions carry equal marks.

इकाई–I / UNIT-I

Q. 1. (a) प्रारम्भिक रूपान्तरण की सहायता से निम्न आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए : **5**

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

Using elementary transformations, find the inverse of the following matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

(b) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ का आइगन मान और आइगन सदिश का निर्धारण कीजिए। 5

Determine the eigen values and eigen vectors of the matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

(c) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ तो कैले-हेमिल्टन प्रमेय का प्रयोग करके $2A^5 - 3A^4 + A^2 - 4I$ को A में रैखिक बहुपद में व्यक्त कीजिए। 5

If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ then by using Cayley-Hamilton theorem to express $2A^5 - 3A^4 + A^2 - 4I$ as a linear polynomial in A.

इकाई–II / UNIT–II

Q. 2. (a) निम्न समीकरणों को आव्यूह विधि से हल कीजिए : 5

$$x + 2y - z = 3$$
$$3x - y + 2z = 1$$
$$2x - 2y + 3z = 2$$
$$x - y + z = -1$$

Solve the following equations by matrix method :

$$x + 2y - z = 3$$
$$3x - y + 2z = 1$$
$$2x - 2y + 3z = 2$$
$$x - y + z = -1$$

(b) यदि α, β, γ त्रिघात समीकरण $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ के मूल हैं, तब वह समीकरण प्राप्त कीजिए जिसके मूल $\beta\gamma + \frac{1}{\alpha}, \gamma\alpha + \frac{1}{\beta}, \alpha\beta + \frac{1}{\gamma}$ हैं। 5

If α, β, γ are the roots of the cubic $x^3 - px^2 + qx - r = 0$, find the equation whose roots are

$\beta\gamma + \frac{1}{\alpha}, \gamma\alpha + \frac{1}{\beta}, \alpha\beta + \frac{1}{\gamma}$.

(c) डेसकार्ते विधि द्वारा $x^4 - 3x^2 - 42x - 40 = 0$ को हल कीजिए। 5

Solve the equation $x^4 - 3x^2 - 42x - 40 = 0$ by Descarte's method.

इकाई–III / UNIT-III

Q. 3. (a) सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R पर "$a \sim b \Rightarrow |a| = |b|$" से परिभाषित सम्बन्ध तुल्यता सम्बन्ध है। 5

Prove that for the set of real numbers R, the relation "$\sim$" defined by :

$a \sim b \Rightarrow |a| = |b|$ is an equivalence relation.

(b) सिद्ध कीजिए कि किसी समूह के दो प्रसामान्य उपसमूहों का सर्वनिष्ठ प्रसामान्य उपसमूह होता है। 5

Prove that the intersection of two normal subgroups of any group is normal subgroup.

(c) यदि $a = (1, 3, 5)\ (1, 2)$ एवं $b = (1, 5, 7, 9)$ तो $a^{-1}ba$ ज्ञात कीजिए। a एवं b समुच्चय {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} पर परिभाषित क्रमचय हैं। 5

If $a = (1, 3, 5)\ (1, 2)$ and $b = (1, 5, 7, 9)$ then find $a^{-1}ba$, a and b are permutations defined on the set {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.

इकाई–IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) सिद्ध कीजिए कि समूह G का प्रत्येक समाकारी प्रतिबिम्ब G के किसी विभाग समूह के तुल्याकारी है। 5

Prove that every homomorphic image of group G is isomorphic to some quotient group of G.

(b) सिद्ध कीजिए कि वलय (R, +, •) का उपसमुच्चय S एक उपवलय है यदि और केवल यदि : 5

(i) $a \in S, b \in S \Rightarrow a - b \in S \ \forall\ a, b \in S$

(ii) $a \in S, b \in S \Rightarrow a \cdot b \in S \ \forall\ a, b \in S$

Prove that a subset S of the ring (R, +, •) is a subring iff :

(i) $a \in S, b \in S \Rightarrow a - b \in S \ \forall\ a, b \in S$

(ii) $a \in S, b \in S \Rightarrow a \cdot b \in S \ \forall\ a, b \in S$

(c) सिद्ध कीजिए कि सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय क्रमित पूर्णांकीय प्रान्त नहीं है। 5

Prove that the set of complex numbers is not an ordered integral domain.

इकाई–V / UNIT-V

Q. 5. (a) यदि m और n धन पूर्णांक हों, तो सिद्ध कीजिए : 5

$$(a+ib)^{m/n} + (a-ib)^{m/n} = 2\left(a^2+b^2\right)^{m/2n} \cos\left[\left(\frac{m}{n}\right) + \tan^{-1}\frac{b}{a}\right]$$

If m and n are positive integers, then prove that :

$$(a+ib)^{m/n} + (a-ib)^{m/n} = 2\left(a^2+b^2\right)^{m/2n} \cos\left[\left(\frac{m}{n}\right) + \tan^{-1}\frac{b}{a}\right]$$

(b) निम्नलिखित श्रेणी को जोड़िए : 5

$\sin\alpha + \frac{1}{2}\sin 2\alpha + \frac{1}{2^2}\sin 3\alpha + \ldots\ldots..$ अनन्त पदों तक।

Sum of series :

$\sin\alpha + \frac{1}{2}\sin 2\alpha + \frac{1}{2^2}\sin 3\alpha + \ldots\ldots..$ till infinity.

(c) सिद्ध कीजिए कि : 5

$$i \log\frac{x-i}{x+i} = \pi - 2\tan^{-1}x$$

Prove that :

$$i \log\frac{x-i}{x+i} = \pi - 2\tan^{-1}x$$