

IN-176

B.Sc. (Part-I) Examination, 2020
MATHEMATICS

Paper - III

(Vector Analysis and Geometry)

Time Allowed ; Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : All questions are compulsory. Answer any two parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई-I / UNIT-I

Q. 1. (a) सिद्ध कीजिए कि सदिश :

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}),$$

$$\vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}), \text{ तथा}$$

$$\vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})$$

समतलीय हैं।

(2)

Prove that the vectors :

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}),$$

$$\vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}), \text{ and}$$

$$\vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})$$

are coplaner.

(b) एक कण वक्र $x = 4 \cos t$, $y = 4 \sin t$, $z = 6t$ परचल रहा है तो उसका वेग और त्वरण $t = 0$ तथा $t = \frac{\pi}{2}$ पर ज्ञात कीजिए।A particle moves along the curve $x = 4 \cos$ t , $y = 4 \sin t$, $z = 6t$. Find the velocity andacceleration at time $t = 0$ and $t = \frac{\pi}{2}$.

(c) दर्शाइये कि :

$$\nabla^2 f(r) = f''(r) + \frac{2}{r} f'(r)$$

Show that :

$$\nabla^2 f(r) = f''(r) + \frac{2}{r} f'(r)$$

(3)

इकाई-II / UNIT-II

Q. 2. (a) \vec{r} का मान ज्ञात कीजिए जो समीकरण :

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{a}$$

को सन्तुष्ट करता है, जबकि दिया है कि

$$t = 0 \text{ पर } \vec{r} = \vec{0} \text{ तथा } \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{U}$$

Find the value of \vec{r} satisfying the equation :

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{a}$$

given that when :

$$t = 0, \vec{r} = \vec{0} \text{ and } \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{U}$$

(b) कार्तीय रूप में गॉउस के डाइवर्जेंस प्रमेय का उपयोग

कर

$$\iiint_S (x \, dy \, dz + y \, dz \, dx + z \, dx \, dy)$$

का मूल्यांकन कीजिए, जहाँ पृष्ठ S गोला $x^2 + y^2 +$ $z^2 = a^2$ है।

(4)

Use the Gauss's divergence theorem in cartesian form to evaluate :

$$\iint_S (x \, dy \, dz + y \, dz \, dx + z \, dx \, dy)$$

where S is the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

- (c) स्टोक्स प्रमेय का सत्यापन कीजिए, जब $\vec{F} = x^2 \hat{i} + xy \hat{j}$, जहाँ C, xy-समतल में वर्ग की परिमाप है जिसकी भुजायें रेखाओं $x = 0, y = 0, x = a, y = a$ के अनुदिश हैं।

Verify Stoke's theorem for the function

$\vec{F} = x^2 \hat{i} + xy \hat{j}$, where C is the perimeter of

square in xy plane whose sides are $x = 0,$

$y = 0, x = a, y = a$.

(5)

इकाई-III / UNIT-III

- Q. 3. (a) दर्शाइये कि परवलय :

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (bx + ay - ab)^2 \text{ की नाभिलम्ब } \frac{2ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ है।}$$

Show that the latus-rectum of the parabola :

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (bx + ay - ab)^2 \text{ is } \frac{2ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

- (b) सिद्ध कीजिए कि संनाभि शांकव समकोण पर प्रतिच्छेद करती है।

Prove that confocal conic cut at right angles.

- (c) शांकव $\frac{\ell}{r} = 1 + e \cos \theta$ के सापेक्ष किसी बिन्दु (r_1, θ_1)

के ध्रुवी का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the polar of a point

(r_1, θ_1) w.r.t. the conic :

$$\frac{\ell}{r} = 1 + e \cos \theta$$

(6)

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) अक्ष त्रिज्या k का एक गोला मूल बिन्दु O से होकर जाता है और अक्षों से A, B, C में मिलता है। सिद्ध कीजिए कि समतल ABC पर O से डाले गये लम्ब के पाद का बिन्दु पथ :

$$(x^2 + y^2 + z^2)(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2 \text{ से दिया जाता है।}$$

A sphere of constant radius k passes through the origin O , and meets the axis in A, B, C . Prove that the locus of the foot of the perpendicular from O to the plane ABC is given by :

$$(x^2 + y^2 + z^2)(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2$$

(b) शंकु $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ के व्युत्क्रम शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of cone reciprocal to the cone :

$$ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$$

IN-176

(7)

(c) लम्ब वृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका अक्ष $x = 2y = -z$ है तथा त्रिज्या 4 है।

Find the equation of the right circular cylinder whose axis is $x = 2y = -z$

and radius is 4.

इकाई-V / UNIT-V

Q. 5. (a) सिद्ध कीजिए कि किसी स्थिर बिन्दु से एक परवलयज पर पाँच अभिलम्ब खींचे जा सकते हैं।

Prove that in general five normals can be drawn to a paraboloid from any fixed point.

(b) वह प्रतिबंध ज्ञात कीजिए जब एक दत्त सरल रेखा एक शांकवज की जनक रेखा हो।

Find the condition that a given straight line should be a generator of a given conicoid.

IN-176

P.T.O.

(8)

(c) निम्नलिखित समीकरण को प्रमाणिक रूप में समानयन

कीजिए :

$$9x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 8yz + 12zx + 12xy + 4x +$$

$$y + 10z + 1 = 0$$

Reduce the following equation to the

standard form :

$$9x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 8yz + 12zx + 12xy + 4x +$$

$$y + 10z + 1 = 0.$$