

I-206

B.Sc. (Part-II) Examination, 2020

MATHEMATICS

Paper - II

(Differential Equation)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से दो भाग करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt all five questions. Two parts from each unit are compulsory. All questions carry equal marks.

इकाई-I / UNIT-I

Q. 1. (a) अवकल समीकरण $4x \frac{d^2y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} + y = 0$ का श्रेणी

हल ज्ञात कीजिए।

Find the series solution of the differential

equation $4x \frac{d^2y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} + y = 0$.

(2)

(b) सिद्ध कीजिए :

$$J_{5/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \left\{ \frac{3 \cos x}{x^2} + \frac{3 \sin x}{x} - \cos x \right\}$$

Prove that :

$$J_{5/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \left\{ \frac{3 \cos x}{x^2} + \frac{3 \sin x}{x} - \cos x \right\}$$

(c) सिद्ध कीजिए :

$$nP_n(x) = xP'_n(x) - P'_{n-1}(x)$$

Prove that :

$$nP_n(x) = xP'_n(x) - P'_{n-1}(x)$$

इकाई-II / UNIT-II

Q. 2. (a) $L \left\{ \frac{\cos 2t - \cos 3t}{t} \right\}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $L \left\{ \frac{\cos 2t - \cos 3t}{t} \right\}$

I-206

305-1

(3)

(b) संवलन प्रमेय का कथन लिखिए एवं सत्यापन कीजिए।

State and prove convolution theorem.

(c) लाप्लास रूपान्तरण विधि से अवकल समीकरण

$$\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} - 6y = 2$$

को हल कीजिए जो प्रतिबन्धों

$$y(0) = 1, y'(0) = 0$$

Using Laplace transformation, solve the

$$\text{differential equation } \frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} - 6y = 2$$

which satisfy the conditions $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

इकाई-III / UNIT-III

Q. 3. (a) हल कीजिए :

$$(mz - ny)p + (nx + lz)q = (\ell y - mx)$$

I-206

P.T.O.

(4)

Solve :

$$(mz - ny)p + (nx + lz)q = (\ell y - mx)$$

(b) समीकरण $pq = xy$ को हल कीजिए।

Solve the equation $pq = xy$.

(c) अवकल समीकरण $z = px + qy + p^2 + q^2$ का पूर्ण

हल चारपिट विधि से ज्ञात कीजिए।

Find the complete solution of differential

equation $z = px + qy + p^2 + q^2$ by Charpit's

method.

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) हल कीजिए :

$$p + r + s = 1$$

Solve :

$$p + r + s = 1$$

I-206

(5)

(b) हल कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 12xy$$

Solve :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 12xy$$

(c) समीकरण को हल कीजिए :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 4y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 6y \frac{\partial z}{\partial y} = x^2 y^4$$

Solve the equation :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 4y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 6y \frac{\partial z}{\partial y} = x^2 y^4$$

इकाई-V / UNIT-V

Q. 5. (a) सिद्ध कीजिए कि फलनक $I[y(x)] = \int \sqrt{x(1+y^2)} dx$

के चरम परवलय होंगे।

H-206

P.T.O.

(6)

Prove that the extremals of the functional

$$I[y(x)] = \int \sqrt{x(1+y'^2)} dx \text{ are parabola.}$$

(b) वृत्त $x^2 + y^2 = 1$ और सरल रेखा $x + y = 4$ के बीच

न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the

circle $x^2 + y^2 = 1$ and the straight line

$$x + y = 4.$$

(c) किस वक्र पर निम्नलिखित फलनक

$$I[y(x)] = \int_1^2 [y'^2 - 2xy] dx$$

$$y(1) = 0, y(2) = -1$$

चरम मान पर पहुँचेगा।

(7)

On what curve can be functional

$$I[y(x)] = \int_1^2 [y'^2 - 2xy] dx$$

$$y(1) = 0, y(2) = -1$$

attain on maximum.

