

Printed Pages – 7

I-236

B.Sc. (Part-III) Examination, 2020
MATHEMATICS

Paper - I

(Analysis)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न के कोई दो भाग हल

कीजिये। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : All questions are compulsory. Attempt any two

parts from each question. All questions carry

equal marks.

इकाई-I / UNIT-I

Q. 1. (a) आबेल परीक्षण को लिखिये व सिद्ध कीजिये।

State & prove Abel test.

I-236

P.T.O. I

(2)

(b) दो चरों के लिये यंग प्रमेय को लिखिये एवं सिद्ध कीजिए।

State & prove Young's theorem for two variables.

(c) अंतराल $-\pi < x < \pi$ में फलन $f(x) = x + x^2$ की फूरियर श्रेणी प्राप्त कीजिये तथा दर्शाइये कि

$$\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots$$

Find the Fourier series of function $f(x) = x + x^2$

in interval $-\pi < x < \pi$. Also deduce that

$$\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots$$

इकाई-II / UNIT-II

Q. 2. (a) सिद्ध कीजिये कि प्रत्येक दिष्ट फलन रीमान समाकलनीय है।

Prove that every monotonic function is

Riemann integrable.

I-236

(3)

(b) यदि $f(x) = x^2$, $x \in [0, a]$: $a > 0$ तो दर्शाइए कि

$$f \in R[0, a] \text{ तथा } \int_0^a x^2 dx = \frac{a^3}{3}$$

If $f(x) = x^2$, $x \in [0, a]$: $a > 0$ then prove that

$$f \in R[0, a] \text{ \& } \int_0^a x^2 dx = \frac{a^3}{3}$$

(c) दर्शाइये कि $\int_0^\infty \sin x^2 dx$ अभिसारी है।

Prove that $\int_0^\infty \sin x^2 dx$ is convergent.

इकाई-III / UNIT-III

Q. 3. (a) यदि $w = f(z) = u + iv$ विश्लेषिक फलन है तथा

$u - v = e^x(\cos y - \sin y)$ तब w को z के पदों में

ज्ञात कीजिए।

If $w = f(z) = u + iv$ is analytic function &

$u - v = e^x(\cos y - \sin y)$ then find out the

value of w in terms of z .

I-236

P.T.O.

(4)

(b) मोबियस रूपान्तरण ज्ञात कीजिये जो 0, 1 तथा ∞ को

क्रमशः 1, i, -1 पर प्रतिचित्रित करता है।

Find the mobius transformation that maps 0,

1, & ∞ into 1, i, & -1 respectively.

(c) यदि $f(z)$, z -समतल के क्षेत्र D में z का विश्लेषिक

फलन हो एवं D में $f'(z) \neq 0$ तब सिद्ध कीजिये कि

प्रतिचित्रण $w = f(z)$, क्षेत्र D के सभी बिन्दुओं पर

अनुकोणिक होता है।

Let $f(z)$ be an analytic function of z in a

domain D of the z plane and let $f'(z) \neq 0$

inside D, then prove that the mapping $w =$

$f(z)$ is conformal at all points of D.

I-236

(5)

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) माना d एक अरिक्त समुच्चय X पर एक दूरीक है। निम्न

रूप से परिभाषित फलन $d^*(x,y) = \frac{M d(x,y)}{1+d(x,y)}$ जहाँ

$M > 0$, $x, y \in X$ तब दिखाइये कि d^* , X पर एक

दूरीक है।

Let (X, d) be a metric space. A mapping

d^* is defined such that $d^*(x,y) = \frac{M d(x,y)}{1+d(x,y)}$

where $M > 0$, $\forall x, y \in X$ then show that d^*

is a metric on X.

(b) सिद्ध कीजिये कि किसी दूरीक समष्टि में प्रत्येक विवृत

गोलक, विवृत समुच्चय होता है।

I-236

P.T.O.

(6)

Prove that in a metric space, every open sphere is an open set.

(c) सिद्ध कीजिये कि दूरीक समष्टि में प्रत्येक कौशी अनुक्रम परिवर्द्ध होता है।

Prove that in a metric space, every Cauchy sequence is bounded.

इकाई-V / UNIT-V

Q. 5. (a) बेयर संवर्ग प्रमेय को लिखिये व सिद्ध कीजिये।

State & prove Baire's category theorem.

(b) यदि (X, d) और (Y, ρ) दो दूरीक समष्टि हैं तथा

$f : X \rightarrow Y$ एक संतत फलन है तो सिद्ध कीजिए कि

एक संहत समुच्चय का संतत फलन संहत होता है।

I-236

(7)

If (X, d) & (Y, ρ) are two metric space &

$f : X \rightarrow Y$ is continuous function, then prove

that every continuous image of compact set

is compact.

(c) विस्तार प्रमेय लिखिये एवं सिद्ध कीजिये।

State & prove extension theorem.

I-236

1,500